

欽定大清會典圖

欽定大清會典圖卷一百三十六

天文三十算術四

弧三角圖一

弧三角圖二

弧三角圖三

弧三角圖四

弧三角圖五

角之八綫圖一

角之八綫圖二

角之八綫圖三

邊之八綫圖一

邊之八綫圖二

邊之八綫圖三

正弧三角本形圖一

正弧三角本形圖二

正弧三角次形圖一

正弧三角次形圖二

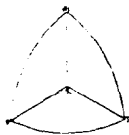
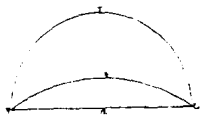
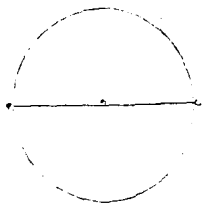
正弧三角用法圖一

正弧三角用法圖二

正弧三角用法圖三

正弧三角用法圖四
正弧三角用法圖五
正弧三角用法圖六
正弧三角用法圖七
正弧三角用法圖八
正弧三角用法圖九
正弧三角用法圖十
正弧三角用法圖十一
正弧三角用法圖十二

弧三角圖一



球面之三角形為弧三角。亦三角三邊相對。而三邊皆係弧綫。故三角三邊皆以度計。各有八綫。有直角。有銳角。有鈍角。三角內有一直角者為正弧三角。無直角者為斜弧三角。以圓球中剖之為半球體。每一體底為平圓。如甲乙面上為半球。如甲丙乙體。半球上凸。其底邊為全圓三百六十度。如甲乙周。就半球體又依甲丙乙綫中剖之。成甲丁乙丙體。每一體為球體四分之一。甲丁乙丙乙丙兩弧綫皆半周一百八十度。甲乙直綫即球全

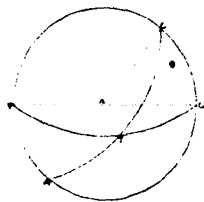
徑甲角乙角皆直角九十度。角之度在丁丙弧。就甲丁乙丙體又依丁丙戊綫中剖之。成甲丁丙戊體二。每一體為球體八分之一。其體上尖如戊。下為甲丁丙弧三角形。戊尖即球心。戊甲戊丁戊丙三棱皆球半徑。甲丁丁丙丙甲三弧皆九十度。甲戊丁丁戊丙丙戊甲三平面皆為圓面四分之一。各以戊角為其心。甲丙丁三角皆直角九十度。甲角度即丙丁弧。丙角度即甲丁弧。丁角度即甲丙弧。是三直角皆等。三邊皆等。不待求者也。

弧三角圖二



若剖甲丁乙內體不依中腰丁內綫任意如己
庚對心戊剖至底面如己戊綫則成甲己庚及
乙己庚兩弧三角形甲己庚形甲仍直角己為
鈍角庚為銳角甲己己庚庚甲三邊之度不等
乙己庚形乙仍直角己為銳角庚為鈍角乙己
己庚庚乙三邊之度亦不等是皆為正弧三角
以三角內有一直角在也

弧三角圖三

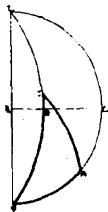


半球體若不均剖。任意如甲丁乙綫。對心戊
剖之。至底面如甲乙綫。又任意如己丁丙綫。
對心戊剖之。至底面如己丙綫。則球面成弧
三角形。四甲丁丙形。甲角丁角俱銳。丙角鈍。
甲丁丁丙丙甲。三邊不等。丙丁乙形。丙角乙
角俱銳。丁角鈍。丙丁丁乙乙丙。三邊不等。乙
丁己形。丁角己角俱銳。乙角鈍。乙丁丁己己
乙。三邊不等。甲丁己形。三角俱鈍。甲丁丁己
己甲。三邊不等。是皆為斜弧三角。己丁丙弧。甲
丁乙弧。皆半圓周也。戊為球心。戊甲戊丙戊丁。

戊乙戊己五稜綫皆球半徑也。即為各邊弧之半徑。甲丁丙形之丁角。乙丁己形之丁角。二銳角相等。丙丁乙形之丁角。甲丁己形之丁角。二鈍角相等。以其同為己丁丙甲丁乙二交綫所分而為交角也。丁銳角二。即丁鈍角二之外角。以其同在一弧綫內而為竝角也。推是類。凡一形內有二直角。餘一角或銳或鈍者。有一直角。餘二角或俱銳或俱鈍或一銳一鈍者。皆為正弧三角形。有二角銳一角鈍者。有一角銳二角鈍者。有三角俱銳者。有三角俱鈍者。皆為斜弧。

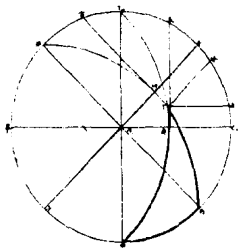
三角形。凡鈍角大邊祇在一百八十度之內。凡
弧三角形。無論斜正。三角相併。必大於一百八
十度。而不得滿五百四十度。三邊相併。不得滿
三百六十度。

弧三角圖四



弧三角形。弧之度在弧。其角以球心為心。球半徑為其半徑。如甲丙弧。以戊為心。戊丙戊甲為半徑。甲丙弧之角為甲戊丙角也。角之度則在角旁兩弧適足一象限處相距之弧。如甲角處在甲乙甲庚兩弧相距之庚己弧也。甲至己九十度。甲至庚亦九十度。兩弧相距極遠處之庚己弧。即甲角度。如黃赤二道之大距緯度。乃為黃赤交角度也。

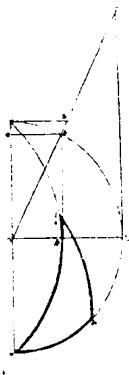
弧三角圖五



凡弧與角之度在圓周者其真度顯不在圓周者真度不顯是可移弧於周以顯之也如甲內丁形甲內之弧原在圓周則甲內即真度而甲丁丙丁二弧真度未見將甲丁弧引至半周乙對甲過心戊作乙甲綫又作辛己過心十字交綫又切丁角作平行丁壬綫則移甲丁弧於圓周為甲壬弧矣將丙丁弧引至半周丑對丙過心戊作丑丙綫又作子午過心十字交綫又切丁角作平行丁癸綫則移丙丁弧於圓周為丙癸弧矣甲壬丙癸二弧皆

真度也。又如甲角之度庚己弧。真度未見。則切
庚點與乙戊平行作辰庚綫。即移庚己弧於圓
周。為辰己弧矣。丙角之度卯子弧。真度未見。則
切卯點與丑戊平行作寅卯綫。即移卯子弧於
圓周。為寅子弧矣。辰己弧為甲角之真度。寅子
弧為丙角之真度也。若欲顯丁角之度。則先
以丁丙弧就圓周。亦如甲角度之易明也。角與
弧之真度皆顯。於是可審八綫。

角之八綫圖一



甲角弧庚己即辰己弧 半徑乙戊辰戊己戊

甲戊

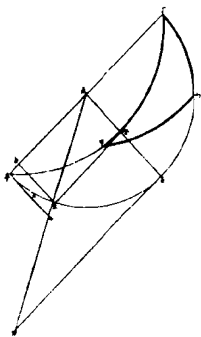
正弦辰庚丑戊 正矢己庚 正切子己 正

割子戊

餘弦辰丑庚戊 餘矢乙丑 餘切乙寅 餘

割寅戊

角之八綫圖二



丁角弧。癸壬即未壬弧。半徑辛戌。未戌壬戌。

丁戌。

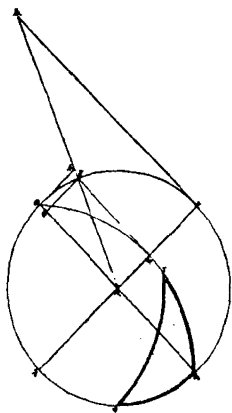
正弦未癸申戌。正矢壬癸。正切卯壬。正

割卯戌。

餘弦未申癸戌。餘矢辛申。餘切辛午。餘

割午戌。

角之八綫圖三



丙鈍角弧。卯子即寅。丑子弧。外角弧。卯午即寅。

午弧。半徑丙戊。子戊。丑戊。寅戊。午戊。

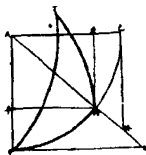
正弦寅卯申戊。大矢子卯。正矢午卯。正切。

辰午。正割辰戊。

餘弦寅申卯戊。餘矢丑申。餘切未丑。餘。

割未戊。

邊之八綫圖一



甲丙邊甲丙弧 半徑甲戊丙戊己戊

正弦丙辛庚戊 正矢甲辛 正切甲壬 正

割壬戊

餘弦庚丙戊辛 餘矢己庚 餘切己癸 餘

割癸戊

丙丁邊即丙癸弧 半徑丙戌癸戌午戌

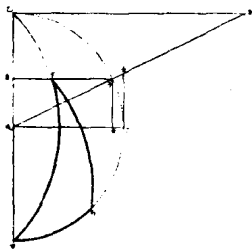
正弦癸壬卯戌 正矢丙壬 正切丙子 正

割子戌

餘弦癸卯壬戌 餘矢午卯 餘切午寅 餘

割寅戌

邊之八綫圖三



甲丁邊即甲子弧 半徑甲戌己戌子戌乙戌

正弦子辛丑戌 大矢甲辛正矢乙辛 正切

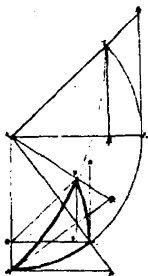
乙庚 正割庚戌

餘弦子丑辛戌 餘矢己丑 餘切己壬 餘

割壬戌

如角邊八綫各三圖直角九十度及邊適足九十度者其正弦即半徑正矢亦即半徑凡半徑皆可作直角正弦用

正弧三角本形圖一



大弦 乙角正弦 戊丁

小弦 甲丙邊正弦 甲癸

大句 丙角正弦 丁辛

小句 甲乙邊正弦 甲子

大股 乙角正弦 戊己

小股 丙乙邊正弦 乙癸

大句 丙角正切 庚己

小句 甲乙邊正切 壬乙

大股 乙角正弦 戊己

小股 丙乙邊正切 丙丑

大弦 丙角正割 庚戊

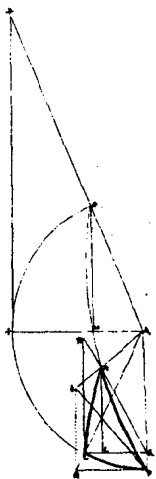
小弦 甲丙邊正切 寅丙

弧三角無同式形而邊角相求則以八綫所
成之同式句股形為比例也如甲乙丙正弧
三角形乙為直角九十度甲丙二角皆銳此
形用丙角其弧丁己正立甲乙邊亦正立丙
乙邊側眠與丙己大弧同一面甲丙邊斜倚
與丁甲丙大弧同一面丙角正弦丁辛正切
庚己甲乙邊正弦甲子正切壬乙皆直立乙
直角正弦即半徑己戊乙丙邊正弦乙癸正
切丑丙皆平眠乙直角正弦即半徑丁戊丙
角正割庚戊甲丙邊正弦甲癸正切寅丙皆

斜倚。遂成大小句股弦同式者三。大弦乙直
角。正弦戊丁。比小弦甲丙邊。正弦甲癸。同於大
句丙角。正弦丁辛。比小句甲乙邊。正弦甲子。此
即以對所知比所知。對所求比所求之理也。則
乙直角與丙角甲丙邊申乙邊。四者可以四率
互求。大股乙角。正弦戊己。比小股丙乙邊。正弦
乙癸。同於大句丙角。正切庚己。比小句甲乙邊
正切壬乙。大股乙角。正弦戊己。比小股丙乙邊
正切丙丑。同於大弦丙角。正割庚戌。比小弦甲
丙邊。正切寅丙。皆非所求邊角相對而已。

直角與丙角丙乙邊甲乙邊四者可以四率互
求乙直角與丙角丙乙邊甲丙邊四者可以四
率互求也。

正弧三角本形圖二



大弦。

乙角正弦。丑戊。

小弦。

甲丙邊正弦。丙辰。

大股。

甲角正弦。丑卯。

小股。

丙乙邊正弦。丙己。

大句。

乙角正弦。子戊。

小句。

甲乙邊正弦。乙辰。

大股。

甲角正切。午子。

小股。

丙乙邊正切。寅乙。

大句。

乙角正弦。子戊。

小句。

甲乙邊正切。酉甲。

大弦。

甲角正割。午戊。

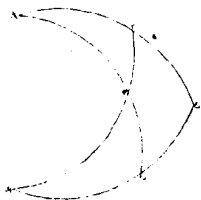
小弦。

甲丙邊正切。未甲。

如圖用甲角其弧丑子正立丙乙邊亦正立甲
乙邊測眠與甲子大弧同一面甲丙邊斜倚與
丑丙甲大弧同一面甲角正弦丑卯正切午子
丙乙邊正弦丙己正切寅乙皆直立乙直角正
弦即半徑子戌甲乙邊正弦乙辰正切酉甲皆
平眠乙直角正弦即半徑丑戌甲角正割午戌
甲丙邊正弦丙辰正切未甲皆斜倚遂成大小
句股弦同式者三大弦乙直角正弦丑戌比小
弦甲丙邊正弦丙辰同於大股甲角正弦丑卯
比小股丙乙邊正弦丙己此即以對所知比所

知對所求比所求之理也。則乙直角與甲角甲
丙邊丙乙邊四者可以四率互求。大句乙角正
弦子戊比小句甲乙邊正弦乙辰同於大股甲
角正切午子比小股丙乙邊正切寅乙大句乙
角正弦子戊比小句甲乙邊正切酉甲同於大
弦甲角正割午戊比小弦甲丙邊正切未甲皆
非所知所求邊角相對。而乙直角與申角甲乙
邊丙乙邊四者可以四率互求。乙直角與甲角
甲乙邊申丙邊四者可以四率互求也。

正弧三角次形圖一



大弦。

乙角正弦。

即丁角正弦。

小弦。

甲乙邊餘弦。

即甲戌邊正弦。

大句。

丙乙邊餘弦。

即戌角正弦。

小句。

甲丙邊餘弦。

即甲丁邊正弦。

大股。

乙角正弦。

即丁角正弦。

小股。

丙角餘弦。

即丁戌邊正弦。

大句。

丙乙邊餘切。

即戌角正切。

小句。

甲丙邊餘切。

即甲丁邊正切。

大股。

乙角正弦。

即丁角正弦。

小股。

丙角餘切。

即丁戌邊正切。

大弦。

丙乙邊餘割。

即戌角正割。

小弦。

甲乙邊餘切。

即甲戌邊正切。

大弦。

乙角正弦。

即丁角正弦。

小弦。

甲乙邊餘弦。

即甲戌邊正弦。

大股 甲角正弦 即次形甲角正弦

小股 丙角餘弦 即丁戌邊正弦

大句 乙角正弦 即丁角正弦

小句 甲丙邊餘弦 即甲丁邊正弦

大股 甲角正切 即次形甲角正切

小股 丙角餘切 即丁戌邊正切

大句 乙角正弦 即丁角正弦

小句 甲丙邊餘切 即甲丁邊正切

大弦 甲角正割 即次形甲角正割

小弦 甲乙邊餘切 即甲戌邊正切

甲乙丙正弧三角形將三邊各引長至一象限。如丙乙邊為丙己丙甲邊為丙丁甲乙邊為乙戊。又作戊己弧亦一象限則成甲丁戊正弧三角形。是為次形。次形丁直角與乙直角同。甲角與原甲角同。戊角之弧乙己即丙乙邊之餘弧。用餘弧則丙乙邊變為戊角矣。戊丁邊即丙角丁己弧之餘弧。用餘弧則丙角變為戊丁邊矣。甲丁邊即甲丙邊之餘弧。用餘弧則甲丙邊變為甲丁邊矣。用餘弧者用本形之餘弦切割。即次形之正弦切割。就次形而審其向股弦之同。

式則大弦乙角正弦比小弦甲乙邊餘弦同於
大句丙乙邊餘弦比小句甲丙邊餘弦也大股
乙角正弦比小股丙角餘弦同於大句丙乙邊
餘切比小句甲丙邊餘切也大股乙角正弦比
小股丙角餘切同於大弦丙乙邊餘割比小弦
甲乙邊餘切也大弦乙角正弦比小弦甲乙邊
餘弦同於大股甲角正弦比小股丙角餘弦也
大句乙角正弦比小句甲丙邊餘弦同於大股
甲角正切比小股丙角餘切也大句乙角正弦
比小句甲丙邊餘切同於大弦甲角正割比小

弦甲乙邊餘切也凡同式之形六皆可以四率
互求也

正弧三角次形圖二



大弦

乙角正弦

正弦即壬角

小弦

乙丙邊餘弦

即丙弦

大股

甲乙邊餘弦

正弦即癸角

小股

甲丙邊餘弦

即壬丙

大句

乙角正弦

正弦即壬角

小句

甲角餘弦

即壬癸

大股

甲乙邊餘切

即癸角

小股

甲丙邊餘切

即壬癸

大句

乙角正弦

正弦即壬角

小句

甲角餘切

即壬癸

大弦

甲乙邊餘割

即癸角

小弦

乙丙邊餘切

即丙癸

大弦

乙角正弦

正弦即壬角

小弦

乙丙邊餘弦

即丙癸

大句。

丙角正弦。

即次形丙角正弦。

小句。

甲角餘弦。

即壬癸正弦。

大股。

乙角正弦。

即壬角正弦。

小股。

甲丙邊餘弦。

即壬丙正弦。

大句。

丙角正切。

即次形丙角正切。

小句。

甲角餘切。

即壬癸邊正切。

大股。

乙角正弦。

即壬角正弦。

小股。

甲丙邊餘切。

即壬丙邊正切。

大弦。

丙角正割。

即次形丙角正割。

小弦。

乙丙邊餘切。

即丙癸正切。

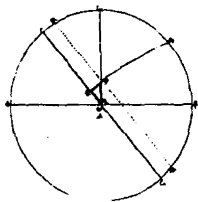
如甲乙丙形將丙乙邊引至癸甲丙邊引至壬甲乙邊引至辛又作癸辛弧皆一象限則成丙壬癸正弧三角形是為次形次形壬直角與乙直角同丙角與原丙角同癸角之弧乙辛即甲乙邊之餘弧用餘弧則甲乙邊變為癸角矣壬癸邊即甲角壬辛弧之餘弧用餘弧則甲角變為壬癸邊矣壬丙邊即甲丙邊之餘弧用餘弧則甲丙邊變為壬丙邊矣就次形而審其向股弦之同式則大弦乙角正弦比小弦乙丙邊餘弦同於大股甲乙邊餘弦比

小股甲丙邊餘弦也。大句乙角正弦。比小句甲角餘弦。同於大股甲乙邊餘切。比小股甲丙邊餘切也。大句乙角正弦。比小句甲角餘切。同於大弦甲乙邊餘割。比小弦乙丙邊餘切也。大弦乙角正弦。比小弦乙丙邊餘弦。同於大句丙角正弦。比小句甲丙邊餘弦。同於大句丙角正切。比小句甲角餘切也。大股乙角正弦。比小股甲丙邊餘切。同於大弦丙角正割。比小弦乙丙邊餘切也。凡同式之形六。亦皆可以四率互求也。而正弧三

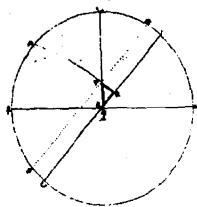
角邊角相求之法已備。凡比例四率輾轉相求。直角正弦不在一率而在二三率者皆可用八綫相代法。易一率入二三率。而以半徑為一率也。如知甲乙丙三角。求甲乙邊。當以甲角正弦為一率。乙角正弦半徑為二率。丙角餘弦為三率。得四率為甲乙邊餘弦。今以半徑為一率。以甲角餘割代一率之甲角正弦為二率。則得四率亦即甲乙邊餘弦。凡比例皆可以半徑為一率而省除為乘也。凡正弦三角用正餘弦相求者皆可用總較法。法詳斜弧三角。凡求鈍角及

過九十度之大邊所得者為其外角餘弧皆以減半周而得鈍角大邊。

正弧三角用法圖一



正弧三角用法圖二



春分後。秋分前。太陽在赤道北。如某處已知。本日日距赤道北緯度。測得太陽正東或正西高度。求其處北極高度。及太陽正東或正西時刻。如圖。乙為天頂。辛戊壬為地平。丁辛己壬為子午經圈。丙為北極。丙辛為所求某處北極高度。丁戊己為赤道。己為子正。戊為卯酉正。丁為午正。癸甲丑為赤道距等圈。即太陽隨天西轉之軌。丙未為赤經。甲為太陽所在。當赤道於未。當地平於戊。甲未即所知本日日距赤道北緯度。甲戊即所知太陽正

東或正西高度。用甲未戊正弧。三角形。此形
未為直角。有甲未。甲戊。二弧。求戊角。以甲戊
弧。正弦為一率。甲未弧。正弦為二率。半徑為
三率。求得四率為戊角正弦。檢表得丁戊乙角。
當乙丁弧。某處赤道距天頂。與丙半弧等。即所
求某處北極高度。次求未戊弧。以甲未弧。餘弦
為一率。甲戊弧。餘弦為二率。半徑為三率。求得
四率為未戊弧。餘弦。檢表得未戊弧。與丁戊弧
九十度相減。得丁未弧。為日距午東。或午西。赤
道度。

正東高度為午東。如第一圖。
正西高度為午西。如第二圖。

變時得丁未

加減分與丁點午正十二小時相加減

正東高度相減

正西高度相加即得未點為所求太陽正東或正西時

刻

如某處已知本日日距赤道北緯度測得太陽

正東或正西時刻求其處北極高度及太陽正

東或正西高度用甲未戊正弧三角形此形有

甲未弧有未戊弧以正東時刻或正西時刻與十二小時相減雙度得丁未

弧與丁戊弧九求戊角以未戊弧正弦為一率

甲未弧正切為二率半徑為三率求得四率為

戊角正切檢表得乙戊丁角當乙丁弧與丙半

弧等。即所求某處北極高度。次求甲戌弧。以半
徑為一率。未戌弧餘弦為二率。甲未弧餘弦為
三率。求得四率。為甲戌弧餘弦。檢表得甲戌弧
為所求太陽正東或正西高度。

如某處已知本日日距赤道北緯度及其北極
高度。求太陽正東或正西高度。及其時刻。用甲

未戌正弧三角形。此形有戊角。

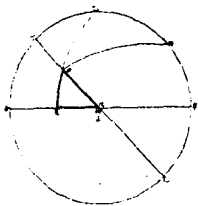
乙戌丁角當乙
丁弧與丙率弧

某處北極
高度等有甲未弧。求甲戌弧。以戊角正弦為

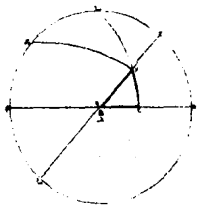
一率。半徑為二率。甲未弧正弦為三率。求得四
率。為甲戌弧正弦。檢表得甲戌弧。為所求太陽

正東或正西高度。次求未戌弧。以戌角正切為
一率。半徑為二率。甲未弧正切為三率。求得四
率為未戌弧正弦。檢表得未戌弧。與丁戌弧九
十度相減。得丁未弧。為日距午東或午西赤道
度。變時。得丁未加減分。與丁點午正十二小時
相加減。正東高度相減。正西高度相加。得未點。為所求太陽正
東或正西時刻。

正弧三角用法圖三



正弧三角用法圖四



如某處於春秋分日某時測得太陽高度求
其處北極高度及太陽正南偏東西度如圖
乙為天頂丙為北極丁戊己為赤道戊為卯
酉正春秋分日太陽正當赤道如甲甲點即
所知某時時刻甲己弧為所知太陽高度用
甲己戊正弧三角形己為直角有甲己
弧有甲戊弧以甲點時刻與十二小時相減
得丁甲時分變度得丁甲弧為
日距赤道度與丁戊
弧九十度相減即得求戊角以甲戊弧正
弦為一率甲己弧正弦為二率半徑為三率
求得四率為戊角正弦檢表得丁戊壬角當

丁壬弧某處赤道高度與乙壬弧九十度相減得乙丁弧與丙辛弧等即所求某處北極高度次求戊己弧以甲己弧餘弦為一率甲戊弧餘弦為二率半徑為三率求得四率為戊己弧餘弦檢表得戊己弧與戊壬弧九十度相減得壬己弧所當己乙壬角即所求太陽正南偏東西度

測時在午正前為偏東如第三圖測時在午正後為偏西如第四圖

如某處已知其北極高度於春秋分日測得太陽高度求太陽正南偏東西度及所測時刻用甲己戊正弧三角形此形有戊角

以丙辛弧某處北極高度

與乙半弧九十度相減得乙內弧。與丁士弧等即戊角所當之弧。有甲己弧太

陽高度求甲戊弧以戊角正切為一率半徑為二率甲己弧正切為三率求得四率為戊己弧正弦檢表得戊己弧與戊壬弧九十度相減得壬己弧所當己乙壬角即所求太陽正南偏東西度次求甲戊弧以戊角正弦為一率半徑為二率甲己弧正弦為三率求得四率為甲戊弧正弦檢表得甲戊弧與丁戊弧九十度相減得丁甲弧為日距午東或午西赤道度變時得丁甲加減分與丁點午正十二小時相加減

正南偏東

度相減正南得甲點即所求測時之時刻
偏西度相加

如某處於春秋分日已知測時及北極高度求

太陽高度並太陽正南偏東西度用甲巳戊正

弧三角形此形有戊角有甲戊弧以甲點測時與十二小時

相減變度得甲丁弧日距午東或午西赤道處與丁壬弧九十度相減即得求甲巳

弧以半徑為一率戊角正弦為二率甲戊弧正

弦為三率求得四率為甲巳弧正弦檢表得甲

巳弧為所求太陽高度次求戊巳弧以半徑為

一率戊角餘弦為二率甲戊弧正切為三率求

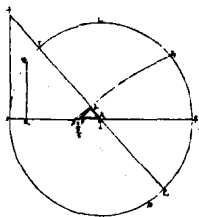
得四率為戊巳弧正切檢表得戊巳弧與戊壬

弧九十度相減得壬巳弧所當巳乙壬角即所

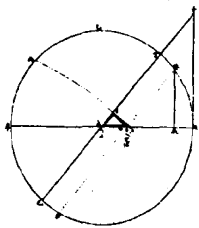
求太陽正南偏東西度

測時在午正前為偏東
測時在午正後為偏西

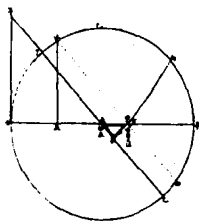
正弧三角用法圖五



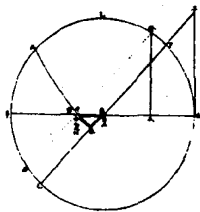
正弧三角用法圖六



正弧三角用法圖七



正弧三角用法圖八



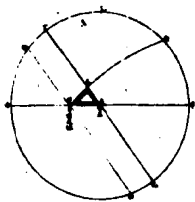
如某處測得日出入地平正東西偏南度。或
正東西偏北度。及正午太陽高度。求其處北
極高度。及日出入時刻。如圖乙為天頂。辛戊
壬為地平。丙為北極。丁戊己為赤道。戊為卯
酉。正甲為日出入之位。正當地平之點。甲戊
弧即所知日出入地平正東西偏南度。或正
東西偏北度。與其正弦相應。癸壬弧為所知
正午太陽高度。癸辰為其正弦。戊辰為其餘
弦。求法先以戊辰與日出入地平偏度正弦
甲戌相加減。

日出入地平正東西偏南度相
減。日出入地平正東西偏北度相

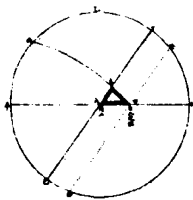
相得甲辰乃用癸辰甲子壬戌同式向股形
以甲辰為一率癸辰為二率半徑壬戌為三
率求得四率子壬為丁壬弧正切檢表得丁
壬弧某處赤道高度與乙壬弧九十度相減得
乙丁弧與丙辛弧等即所求某處北極高度次
求日出入時刻以丁壬弧與癸壬弧相減得丁
癸弧與甲未弧等為本日日距赤道南北緯度
丁壬弧大於癸壬弧為日距赤道南緯度於是
丁壬弧小於癸壬弧為日距赤道北緯度於是
用甲未戌正弧三角形此形未為直角有甲未
弧及戌角即丁壬弧某處赤道高度求未戌弧以戌角即丁

壬弧正切子壬為一率。半徑戊壬為二率。甲未
弧正切未寅為三率。求得四率為未戌弧正弦。
檢表得未戌弧為卯酉前後赤道度。變時得未
戌為卯酉前後加減分。與戌點卯正六小時相
加減。日距赤道北緯度相減得未點之時。當地
平於甲。即所求日出時刻。又以未戌卯酉前後
加減分。與戌點酉正十八小時相加減。日距赤道南緯
度相減日距赤道北緯度相加得未點之時。當地平於甲。即所
求日入時刻。

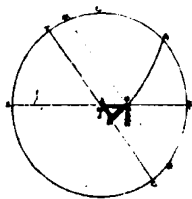
正弧三角用法圖九



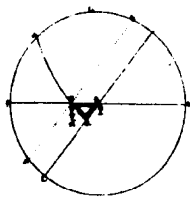
正弧三角用法圖十



正弧三角用法圖十一



正弧三角用法圖十二



如某處已知本日日距赤道緯度。測得日出
入地平。正東西偏南度。或正東西偏北度。求
其處北極高度。如圖乙為天頂。辛戊壬為地
平。丙為北極。丁戊己為赤道。戊為卯酉。正甲
為日出入地平之點。當赤道於未甲未弧為
所知本日日距赤道南北緯度。日出入地平
正東西偏南
度。為日距赤道南緯度。日出入地平
正東西偏北度。為日距赤道北緯度。戊甲弧
為所知日出入地平。正東西偏南度。或正東
西偏北度。用戊未甲正弧。三角形。此形未為
直角。有甲未。戊甲。二弧。求戊角。以戊甲弧正

弦為一率。甲未弧正弦為二率。半徑為三率。求得四率為戊角正弦。檢表得丁戌壬角。當丁壬弧某處赤道高度。與乙壬弧九十度相減。得乙丁弧。與丙辛弧等。即所求某處北極高度。

如某處已知本日距赤道南北緯度及其北極高度。求日出入地平正東西偏南度。或正東西偏北度。用戊未甲正弧三角形。此形有甲未弧。有戊角。當丁壬弧某處赤道高度。以丙辛弧某處北極高度相等之乙丁弧。與乙辛弧九十度相減。即得。求戊未弧。以戊角正

弦為一率。半徑為二率。甲未弧正弦為三率。求
得四率為戊甲弧正弦。檢表得戊甲弧。即所求
日出入地平正東西偏南度。或正東西偏北度。

欽定大清會典圖卷一百三十七

天文三十一 算術五

斜弧三角圖一

斜弧三角圖二

斜弧三角圖三

斜弧三角圖四

斜弧三角圖五

斜弧三角圖六

斜弧三角圖七

斜弧三角圖八

斜弧三角次形圖

斜弧三角用法圖一

斜弧三角用法圖二

斜弧三角用法圖三

斜弧三角用法圖四

斜弧三角用法圖五

斜弧三角用法圖六

斜弧三角用法圖七

斜弧三角用法圖八

斜弧三角用法圖九

斜弧三角用法圖十

斜弧三角用法圖十一

斜弧三角用法圖十二

斜弧三角用法圖十三

斜弧三角用法圖十四

斜弧三角用法圖十五

斜弧三角用法圖十六

斜弧三角用法圖十七

斜弧三角用法圖十八

斜弧三角用法圖十九

斜弧三角用法圖二十

斜弧三角圖一



斜弧三角無論角之銳鈍邊之大小求之之法分三類其一有對所知對所求者用邊角比例法其一有對所知無對所求者用垂弧法其一無對所知有對所求者用總較法三邊求角或所知角在所知兩邊之間者用本形總較三角求邊或所知邊在所知兩角之間者用次形總較如甲乙丙斜弧三角形知甲角乙角乙丙邊求甲丙邊則以對所知甲角正弦為一率對所求乙角正弦為二率所知乙丙邊正弦為三率得四率甲丙邊正弦檢

表得邊度。如知丙角。甲乙邊。乙丙邊。求甲角。則以對所知甲乙邊。正弦為一率。對所求乙丙邊。正弦為二率。所知丙角。正弦為三率。得四率。甲角。正弦。檢表得角度。此皆暗用垂弧分為兩正。弧三角形。而合兩次比例。為一次比例者也。與平三角同理。又此四率中。皆無半徑。仍可用八綫相代法。以半徑為一率。以餘割代一率之正。弦。以與二率相乘。而為二率。省除為乘也。

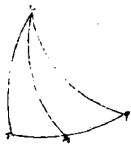
斜弧三角圖二



如知甲角丙角甲乙邊求乙角所知丙角有
對邊甲乙所求乙角無對邊則用乙丁垂弧
求得子丑兩分角而併之先求垂弧丁直角
正弦半徑為一率甲角正弦為二率甲乙邊
正弦為三率得四率為乙丁垂弧正弦次求
分角半徑為一率垂弧正割為二率丙角餘
弦為三率得四率為丑角正弦若以甲角餘
弦為三率得四率為子角正弦檢表得子丑
二角度相併即乙角如求甲丙邊無對所求
乙角亦先求得子丁垂弧次求分邊半徑為一

率甲角餘切為二率垂弧正切為三率得四率
為甲丁分邊正弦若以丙角餘切為二率得四
率為丙丁分邊正弦檢表得二分邊度相併即
甲丙邊

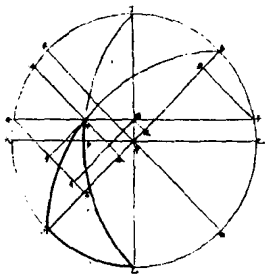
斜弧三角圖三



如甲丙乙鈍弧三角形。知丙鈍角。甲角。甲乙邊。求乙角。所知丙角。有對邊甲乙。所求乙角。無對邊。而丙為鈍角。則用乙丁外垂弧。求得大小二角。而減之。先求外垂弧。丁直角正弦。半徑為一率。甲角正弦為二率。甲乙邊正弦為三率。得四率。為乙丁外垂弧正弦。次求大小二角。半徑為一率。外垂弧正割為二率。丙鈍角餘弦為三率。得四率。為丙乙丁小角正弦。若以甲角餘弦為三率。得四率。為甲乙丁大角正弦。檢表得大小二角度。相減。餘乙角。如

求甲丙邊無對所求乙角亦先求得乙丁外垂
弧次求大小二邊半徑為一率甲角餘切為二
率垂弧正切為三率得四率為甲丁大邊正弦
若以丙鈍角餘切為三率得四率為丙丁小邊
正弦檢表得大小二邊度相減餘甲丙邊凡有
對所知無對所求者邊角相求法皆視此

斜弧三角圖四



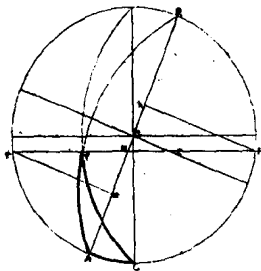
設以三邊求角。或知一角在所知兩邊之間。而求對角之邊者。皆用總較法。如甲乙丙三角形。以一角為主。角旁兩邊相加為總弧。相減餘較弧。各取其餘弦相加減。折半為中數。以對角邊之矢。與較弧矢相減。餘為兩矢較。如以乙角為主。則角旁甲乙邊。即子乙邊。加丙乙邊。為總弧。丙子甲乙邊。即癸乙邊。減丙乙邊。餘較弧。癸丙。總弧餘弦。丑午。較弧餘弦。寅午。相加。丑寅。折半為中數。戌寅。即酉亥。對乙角。甲丙邊。即卯丙邊。其矢辰丙。與較弧矢寅。

丙相減。餘兩矢較辰寅。即甲未。中數酉亥。與兩
矢較甲未。平行。乙角矢申戊。與距等半徑酉癸。
平行。甲癸為距等矢。距等半徑酉癸為大弦。中
數酉亥為大股。距等矢甲癸為小弦。兩矢較甲
未為小股。是可以同式比例也。而距等半徑酉
癸之比距等矢甲癸。同於戊午半徑之比乙角
矢戊申。是又可以同式者相代。故半徑戊午之
比乙角矢戊申。即同於中數酉亥之比兩矢較
甲未也。如知乙角甲乙邊丙乙邊。求甲丙邊。則
以半徑戊午為一率。乙角矢戊申為二率。中數

酉亥為三率得四率為兩矢較甲未以加較弧
矢寅丙即得甲丙邊之矢辰丙以減半徑餘為
餘弦檢表得甲丙邊度如知三邊求乙角則以
中數酉亥為一率兩矢較甲未為二率半徑戊
午為三率得四率為乙角矢戊申以減半徑餘
為餘弦檢表得乙角度凡三邊求角及兩邊一
角求對角之邊者法皆視此而總弧較弧兩餘
弦之或加或減則視兩餘弦同半徑則相減各
半徑則相加總較二弧俱在一象限內或較弧
在象限內總弧過三象限或較弧過一象限總

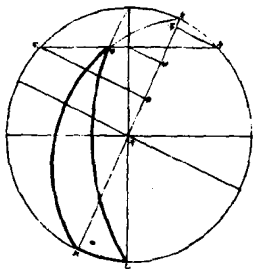
弧在二象限外三象限內此皆同半徑而相減者也較弧在象限內總弧過一象限二象限或較弧過一象限總弧過三象限此皆各半徑而相加者也

斜弧三角圖五



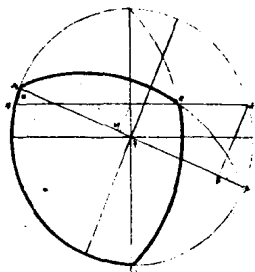
此總弧子丙過一象限其餘弦寅午在庚午
半徑較弧癸丙在象限內其餘弦丑午在丙
午半徑是為各半徑宜相加得寅丑折半卯
丑為中數

斜弧三角圖六



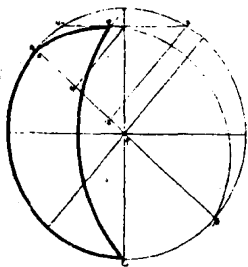
如圖。總弧于丙過一象限。其餘弦寅午。在庚午
半徑。較弧癸丙亦過一象限。其餘弦丑午亦在
庚午半徑。是為同半徑。宜相減。餘寅丑。折半卯
丑為中數。

斜弧三角圖七



如圖。總弧子丙過二象限。其餘弦寅午。在庚午
半徑。較弧丙癸在象限內。其餘弦丑午。在丙午
半徑。是為各半徑。宜相加。得寅丑。折半卯丑。為
中數。

斜弧三角圖八



如圖。總弧子丙。過三象限。其餘弦寅午。在丙午。半徑較弧癸丙。在象限內。其餘弦丑午。亦在丙午。半徑是為同半徑。宜相減。餘丑寅。折半丑卯。為中數。

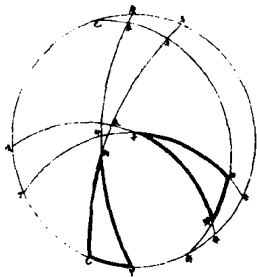
凡取正餘弦。弧過一象限者。以減半周。取其餘度。檢表。弧過兩象限者。弧內減半周。取其餘度。檢表。弧過三象限者。以減全周。取其餘度。檢表。其變例。總弧適足半周。餘弦即半徑。即以較弧。餘弦加減半徑。折半為中數。較弧不過象限。則加。過象限。則減。總弧適足一象限。或三象限。無。

餘弦即用較弧餘弦折半為中數。角旁兩弧相等。無較弧。即以總弧餘弦與半徑相加減折半為中數。總弧過象限或過半周則加總弧在象限內或過三象限則減較弧適足一象限。無餘弦即用總弧餘弦折半為中數。總弧適足一象限或三象限。而兩弧又相等。無較弧。即以半徑為較弧餘弦折半為中數。較弧適足一象限。無餘弦。而總弧又適足半周。餘弦即半徑。即以半徑折半為中數。

凡取矢。弧過象限者。即於過弧內減象限。取其

餘度之正弦。加半徑。即大矢。若以減半徑。則餘外弧正矢。兩矢較變例。弧適足一象限者。弧之矢即半徑。若對弧較弧二者。有一弧適足象限。即命其又一弧之餘弦為兩矢較。若無較弧。即以對弧矢為用。

斜弧三角次形圖



如甲乙丙弧三角。知三角。求邊。或知一邊在
所知兩角之間。求對邊之角。則用次形。使角
變為邊。邊變為角。而以總較法求之。引甲乙
邊作圓周。甲丙邊作庚甲半周。乙丙邊作乙
辛半周。又以甲角為心。作丁壬弧。乙角為心。
作戊癸弧。丙角為心。作己酉弧。則成子丑寅
形。是為次形。而原形之邊。皆變為次形之角。
原形之角。皆變為次形之邊。甲壬。乙癸。皆象
限。甲乙。即壬癸。而壬子。癸子。皆象限。則壬癸
為子角度。而甲乙。邊變為子角。乙辰。丙午。皆

象限。乙丙即辰午。而辰寅。午寅。皆象限。則辰午
為寅角度。而乙丙邊變為寅角。甲卯丙未。皆象
限。甲丙即卯未。而未丑。卯丑。皆象限。則卯未為
丑外角度。而甲丙邊變為丑外角。甲角度。原為
丁卯弧。丁子卯丑。皆象限。則丁卯即子丑。而甲
角變為子丑邊。丙角度。原為未午弧。未丑。午寅。
皆象限。則未午即丑寅。而丙角變為丑寅邊。乙
外角度。原為戊辰弧。戊子辰寅。皆象限。則戊辰
即子寅。而乙外角變為子寅邊。如知三角。求甲

乙邊。

在次形為子角。則以甲角

次形子

乙外角

次形

子實相加為總弧相減餘較弧兩餘弦相加折

半為中數以為一率半徑為二率丙角次形且實

矢與較弧矢相減餘兩矢較為三率得四率即

甲乙邊子次形矢如知甲乙邊知邊旁兩角而求

對邊丙角在次形為知子角則以半徑為

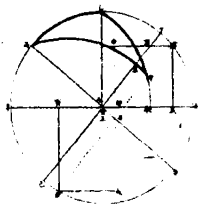
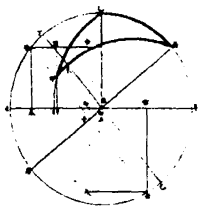
一率中數為二率甲乙邊矢為三率得四率為

兩矢較以加較弧矢得丙角次形且實矢是法無

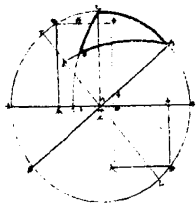
異於三邊求角或兩邊一角求對邊也惟邊旁

兩角中必用一外角為稍異耳

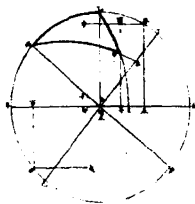
斜弧三角用法圖一
斜弧三角用法圖二



斜弧三角用法圖三



斜弧三角用法圖四



如某處已知測時。測得太陽高度及正午太陽高度。求其處北極高度及太陽正南偏東西度。如第一第二圖。乙為天頂。辛戊壬為地平。丙丁庚己為子午經圈。丙為北極。丁戊己為赤道。己為子正。戊為卯酉正。丁為午正。癸子丑為赤道距等圈。即太陽隨天西轉之軌。乙甲己為高弧。丙未為赤經。甲為測時太陽所在。當赤道於未。當地平於己。未丙丁角當丁未弧。為所知日距午東。或午西赤道度。

測時在午正前。與十二小時相減。變度為日距午東。赤道度。測時在午正後。減去十二小時。變

處為日距午
西亦道處其正矢丁未甲己弧為所知測

時太陽高度。癸壬弧為所知正午太陽高度。

今癸乙弧。即所知癸壬
弧之餘弧與乙甲弧。即所知甲
乙弧之餘

兩弧無所夾之角。未丙丁角無所對之弧。

故不能用垂弧。總較各法須變法求之。乃以癸

壬弧正弦癸辰相等之酉午。與甲己弧正弦甲

午相減。得酉甲為正弦較。即矢較。又于癸距等

圈半徑。與丁戊赤道半徑為相應。則癸甲與丁

未為相應。用癸酉甲。癸申子。同式。向股形。以未

丙丁角正矢癸甲為一率。酉甲為二率。子癸距等

圓半徑為三率求得四率申子為中數等子倍

之得申戌內減癸壬弧正弦癸辰相等之申卯

得卯戌與寅丑等即辛丑弧正弦檢表得辛丑

弧加辛乙弧九十度得乙辛丑弧為子正日距

天頂再加癸乙弧正午日距天頂得癸丙丑弧

半之得癸丙弧與丙甲弧日距北極等以減丙

未弧九十度得甲未弧為日距赤道南北緯度

丙甲弧不及九十度為日距赤道北緯度隨以
丙甲弧過九十度為日距赤道南緯度

癸丙弧日距北極與癸壬弧相加得丙癸壬弧

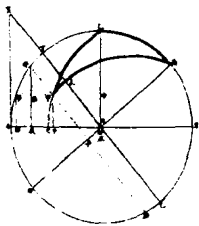
與壬乙辛弧半周相減得丙辛弧即所求某處

北極高度。次求太陽正南偏東西度。如第三第
四圖。用丙乙甲斜弧三角形。以乙甲弧正弦為
一率。丙甲弧正弦為二率。丁丙未角正弦為三
率。求得四率為乙角正弦。檢表得壬乙巳角。當
壬巳弧。即所求太陽正南偏東西度。

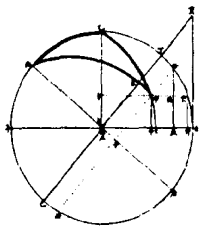
測時在午
正前為偏

東測時在午
正後為偏西

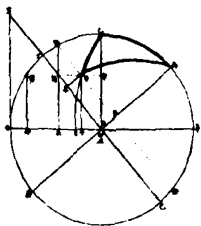
斜弧三角用法圖五



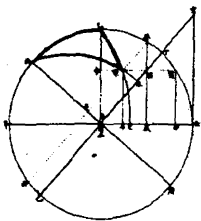
斜弧三角用法圖六



斜弧三角用法圖七



斜弧三角用法圖八



如某處已知正午太陽高度。測得午正前或午正後太陽高度及太陽正南偏東西度。求其處北極高度及所測時刻。如第五第六圖。乙為天頂。辛戌壬為地平。丙為北極。丁戌己為赤道。戊為卯酉正。甲為午正前或午正後太陽所在。當赤道於未。當地平於己。甲己弧為所知午正前或午正後太陽高度。己乙壬角當己壬弧。為所知太陽正南偏東西度。其餘弦己戌。癸壬弧為所知正午太陽高度。寅甲申為地平距等圓半徑。必平行於壬戌。則

寅壬弧等於甲己弧。壬己與寅甲兩段同為

乙甲己大圓所分。則壬戌與己戌之比。同於

寅申

等卯戌。

與甲申

等壬戌。

之比。故以半徑壬戌

為一率。己壬弧太陽正南偏東西度餘弦己戌

為二率。甲己弧相等之寅壬弧餘弦寅申

等卯戌。

為三率。求得四率甲申。與癸壬弧餘弦辰戌相

等之酉申相減得酉甲。又以癸壬弧正弦癸辰

與甲己弧正弦甲午相等之酉辰相減得癸酉。

乃用癸酉甲亥壬戌同式句股形。以酉甲為一

率。癸酉為二率。半徑壬戌為三率。求得四率亥

壬為丁壬弧正切檢表得丁壬弧為某處赤道

高度與乙壬弧九十度相減得乙丁弧與丙辛

弧等為所求某處北極高度次求所測時刻如

第七第八圖以癸壬弧與丁壬弧相減得丁癸

弧等於甲未弧為日距赤道南北緯度正午太陽高度

大於赤道高度為日距赤道北緯度正午太陽高度小於赤道高度為日距赤道南緯度再

與丙丁弧九十度相加減緯南相加緯北相減得丙癸弧

與丙甲弧等為日距北極用丙乙甲斜弧三角

形以丙甲弧正弦為一率乙甲弧以甲乙弧與

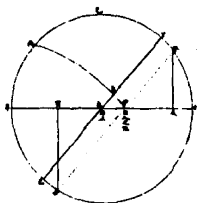
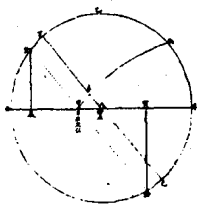
度相減正弦為二率壬乙巳角即甲乙丙角之外角即巳

壬弧正弦為三率。求得四率為丙角。正弦檢表
得未丙丁角。當丁未弧為日距午東。或午西。赤
道度。正南偏東。度為午東。正南偏西。度為午西。變時與丁點。午正十
二小時相加減。午東相減。午西相加。得未點。即所求時刻。

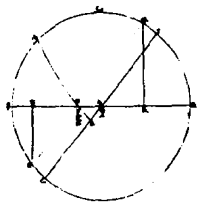
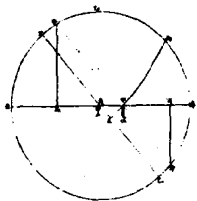
春分後。秋分前。日在赤道北。如某處測得太陽
正東或正西高度。及正午太陽高度。求其處北
極高度。如第九第十圖。乙為天頂。辛戌壬為地
平。丙為北極。丁戊己為赤道。戊為卯酉正。甲為
太陽所在。當赤道於未。當地平於戌。甲戌弧為
所知太陽正東或正西高度。與其正弦相應。等
於子辰。癸壬弧為所知正午太陽高度。癸辰為
其正弦。戌辰為其餘弦。與甲子等。求法。先以癸
辰減子辰。得癸子。乃用癸子甲亥壬戌同式。向
股形。以甲子為一率。癸子為二率。半徑壬戌為

三率求得四率亥壬為丁壬弧正切檢表得丁
壬弧為某處赤道高度與乙壬弧九十度相減
得乙丁弧與丙辛弧等為所求某處北極高度

斜弧三角用法圖十一 斜弧三角用法圖十二



斜弧三角用法圖十三
斜弧三角用法圖十四



如某處測得日出地平距正午之時或日入地

平距正午之時及正午太陽高度求其處北極

高度如圖

十一十二兩圖日距赤道南
十三十四兩圖日距赤道北乙為天

頂辛戌壬為地平丙為北極丁戊己為赤道戊

為卯酉正甲為日出入之位正當地平之點而

當亦道於未甲未弧即本日日距赤道南北緯

度丁未即所知日出入地平距正午之時變度

得丁未弧為日距午東或午西赤道度

日出地
平為午

東日入地
平為午西

當丁丙未角癸壬弧為所知正午太

陽高度其正弦癸辰求法乃以癸甲與丑甲之

比。同於丁未與己未之比。又用甲辰、癸甲、寅、甲、寅、甲、
同式向股形。以癸甲與丑甲之比。同於癸辰與
寅丑之比。觀此兩比例。一二率相同。故以丁未

即丁丙未角之知。如日距赤道為一率。未己日
北為大知。日距赤道南為正知。

木道北為丁丙未角之正知。日為二率。癸辰即
距赤道南為丁丙未角之木知。

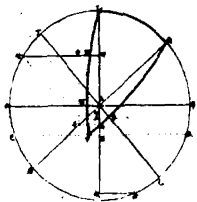
正弦。為三率。求得四率寅丑。即辛丑弧。正弦檢

表。得辛丑弧。與癸壬弧相加。辛之。得丁壬弧。為

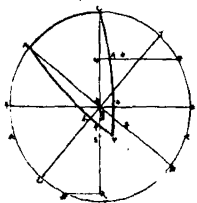
某處赤道高度。與乙壬弧九十度相減。得乙丁

弧。與丙辛弧等。即所求某處北極高度。

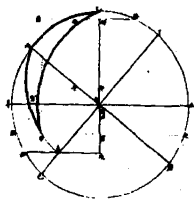
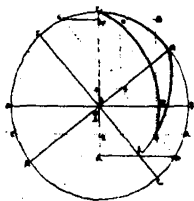
斜弧三角用法圖十五



斜弧三角用法圖十六



斜弧三角用法圖十七
斜弧三角用法圖十八



如某處已知其北極高度及本日日距赤道
南北緯度求其處昏旦時刻如第十五第十
六圖乙為天頂辛戌壬為地平丙為北極丁
戊己為赤道戊為卯酉正辰亥己為地平距
等圖本時太陽在甲當赤道於未未點即所
求昏旦時刻丙甲弧為所知本日日距北極
以甲未弧日距赤道向北緯度與丙未弧九
十度相減得丙甲弧緯南相加之緯北相減
乙丙弧為所知某處北極距天頂以丙辛弧
某處北極
高度與乙辛弧九
十度相減即得乙甲弧為所知日在地平
下距天頂一百零八度以甲寅弧
與乙寅弧九
十

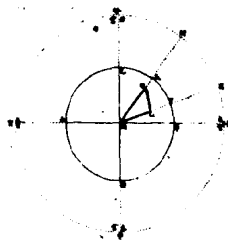
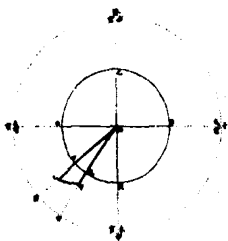
度相如。求法。用甲乙丙斜弧三角形。此形有
即得。

丙甲弧。乙丙弧。乙甲弧。求丙角。以丙甲弧相
等之丙丑弧。與乙丙弧相加。得乙丑總弧。以
丙甲弧相等之丙癸弧。與乙丙弧相減。得乙
癸較弧。乃以乙丑總弧餘弦戊戌。與乙癸較
弧餘弦戊卯相加。得卯戌半之得卯午為中數。
與甲子等。乙甲弧與乙辰弧等。隨以乙辰弧大
矢乙亥。內減乙癸較弧。正矢乙卯。得卯亥為夫
較。與酉甲等。用癸申子。癸酉甲。同式向股形。以
申子與癸子之比。同於酉甲與癸甲之比。又丁

戊與癸子之比。同於丁未與癸甲之比。如第十七第十八圖。觀第一比例二四兩率與第二比例二四兩率相同。則申子與丁戊之比。必同於酉甲與丁未之比。故以申子中數為一率。半徑丁戊為二率。酉甲矢較為三率。求得四率丁未。為丁丙未角大矢。內減半徑丁戊。得未戊為丙外角餘弦。檢表得己丙未角。與半周相減。得丁丙未角。當丁未弧。為旦刻日距午正前赤道度。或昏刻日距午正後赤道度。變時得丁未加減分。與丁點午正十二小時相減。得未點為所求。

旦刻。又以丁未加減分。與丁點午正十二小時
相加。得未點。為所求昏刻。

斜弧三角用法圖十九 斜弧三角用法圖二十



如已知二星赤道經緯度求二星斜距度如圖

十九圖星在赤道南丙為北極己辛庚壬為赤

道丙己丙辛丙庚丙壬皆為九十度弧癸子申

寅為赤道距等圈癸為丑宮之點子為戌宮之

點申為未宮之點寅為辰宮之點設二星如甲

如乙甲乙弧即所求二星斜距度丙甲弧為所

知甲星距北極度星在赤道南以甲戌弧甲星

相加得丙甲弧星在赤道北以甲戌丙乙弧為

所知乙星距北極度與丙丁弧乙星赤道緯度

得丙乙弧甲星當赤道於戊與卯點戊點即所

加減同上

甲星當赤道於戊

與卯點

戊點即所

知甲星赤道經度。乙星當赤道於丁。

與酉點相應

丁

點即所知乙星赤道經度。求法先以二星赤道經度相減。得丁戊弧。當丁丙戊角。乃用甲乙丙斜弧三角形。此形有丙甲丙乙二弧。及所夾丁丙戊角。求甲乙弧。按前斜弧三角圖四。依法求之。即得所求甲乙弧二星斜距度。